

## BUỔI LIVE SỐ 06 – HM10 LUYỆN ĐỀ - BTTL

### ĐỀ TỰ LUYỆN

Thời gian: 120 phút.

#### Bài 1. (1,5 điểm)

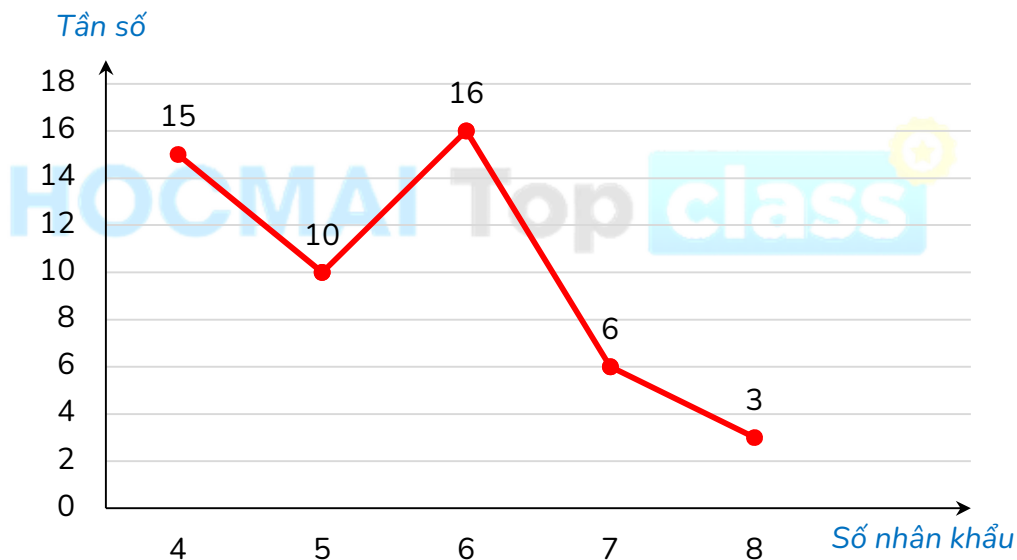
1. (1,0 điểm) Thống kê số nhân khẩu trong mỗi hộ gia đình ở dãy phố X được cho trong bảng sau:

Số nhân khẩu ( $x$ )	4	5	6	7	8
Tần số ( $n$ )	15	10	16	6	3

- Gia đình có bao nhiêu nhân khẩu chiếm số lượng nhiều nhất?
- Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu ở bảng tần số trên.

#### Hướng dẫn

- Số gia đình có 6 nhân khẩu là nhiều nhất (16 gia đình).
- Biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số nhân khẩu trong mỗi hộ gia đình ở dãy phố X là:



2. (0,5 điểm) Bánh xe được chia thành 16 hình quạt bằng nhau, đánh số thứ tự từ 1 đến 16. Quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào số hình quạt ghi số mấy. Hãy tính xác suất của biến cố “Kim chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 36”.



**Hướng dẫn**

a) Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là:  $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 14; 15; 16\}$ .

Nên  $n(\Omega) = 16$ .

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố “Kim chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 36” là 1;2;3;4;6;9;12.

Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Xác suất của biến cố “Kim chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 36” là:  $P = \frac{7}{16}$ .

**Bài II. (1,5 điểm)** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+1}{x-1}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 16$ .

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Xét biểu thức  $P = A.B$ . Tìm tất cả các giá trị của x sao cho P nhận giá trị nguyên.

**Hướng dẫn**

a) Thay  $x = 16$  (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}} = \frac{4-2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $A = \frac{1}{2}$  khi  $x = 16$ .

b) Với  $x > 0, x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+1}{x-1} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{x+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}+1+x+\sqrt{x}-x-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

c) Với  $x > 0, x \neq 1$ , ta có:

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-3}{\sqrt{x+1}} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}}$$

Với  $x > 0, x \neq 1$ , ta cũng có:

- $\sqrt{x} > 0$  nên  $\sqrt{x+1} > 0$ , do đó  $\frac{3}{\sqrt{x+1}} > 0$  suy ra  $1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} < 1$
- $\sqrt{x} > 0$  nên  $\sqrt{x+1} > 1$ , do đó  $\frac{3}{\sqrt{x+1}} < 3$  suy ra  $1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} > -2$

Khi đó,  $-2 < P < 1$ .

Để  $P$  nhận giá trị nguyên thì  $P = -1$  hoặc  $P = 0$ .

Với  $P = -1$ , ta có  $1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} = -1$ , suy ra  $\frac{3}{\sqrt{x+1}} = 2$ , nên  $\sqrt{x+1} = \frac{3}{2}$ , do đó  $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ , hay  $x = \frac{1}{4}$  (thỏa mãn).

Với  $P = 0$ , ta có  $1 - \frac{3}{\sqrt{x+1}} = 0$ , suy ra  $\frac{3}{\sqrt{x+1}} = 1$ , nên  $\sqrt{x+1} = 3$ , do đó  $\sqrt{x} = 2$ , hay  $x = 4$  (thỏa mãn).

Vậy  $x \in \left\{ \frac{1}{4}; 4 \right\}$ .

### Bài III. (2,5 điểm)

1. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x+1+\frac{2}{\sqrt{y}}=3 \\ \frac{1}{\sqrt{y}}-x-1=-2 \end{cases}$$

#### Hướng dẫn

ĐKXD:  $y > 0$

$$\begin{cases} x+1+\frac{2}{\sqrt{y}}=3 \\ \frac{1}{\sqrt{y}}-(x+1)=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1+\frac{2}{\sqrt{y}}=3 \\ -(x+1)+\frac{1}{\sqrt{y}}=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{y}} = 1 \\ -(x+1) + \frac{1}{\sqrt{y}} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3} \\ -(x+1) + \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 \text{ (tm)} \\ x + 1 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 \text{ (tm)} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = \left(\frac{4}{3}; 9\right)$ .

2. **(1,0 điểm)** Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất được 900 sản phẩm trong một thời gian quy định. Thực tế, do tổ một làm vượt mức 20% nhưng tổ hai bị giảm 30% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được ít hơn 70 sản phẩm so với dự kiến. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

**Hướng dẫn**

Gọi số sản phẩm tổ một phải làm theo kế hoạch là  $x$  ( $0 \leq x \leq 900; x \in \mathbb{N}^*$ ; sản phẩm);

số sản phẩm tổ hai phải làm theo kế hoạch là  $y$  ( $0 \leq y \leq 900; y \in \mathbb{N}^*$ ; sản phẩm)

Vì tổ một vượt kế hoạch 20% nên số sản phẩm của tổ một là  $(100\% + 20\%)x = 1,2x$  (sản phẩm)

Vì tổ hai giảm kế hoạch 30% nên số sản phẩm của tổ hai:  $(100\% - 30\%)y = 0,7y$  (sản phẩm)

Tổng sản phẩm cả hai tổ phải làm theo kế hoạch là :  $x + y = 900$  (1)

Vì trên thực tế, hai tổ làm được ít hơn 70 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,2x + 0,7y = 830 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 830 \\ x + y = 900 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:  $\begin{cases} y = 500 \\ x = 400 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy theo kế hoạch tổ một làm được 400 sản phẩm, tổ hai làm được 500 sản phẩm

3. **(0,5 điểm)** Cho phương trình:  $x^2 + 5x + m = 0$  (\*) (với  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình (\*) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thoả mãn:  $9x_1 + 2x_2 = 18$ .

**Hướng dẫn**

Xét phương trình (\*):  $x^2 + 5x + m = 0$  là phương trình bậc hai ẩn  $x$ , có:  $\Delta = 5^2 - 4.m = 25 - 4m$ .

Phương trình (\*) có nghiệm  $x_1, x_2$  khi  $\Delta \geq 0$  hay  $25 - 4m \geq 0$  suy ra  $m \leq \frac{25}{4}$ .

Vậy với  $m \leq \frac{25}{4}$  thì phương trình (\*) có nghiệm  $x_1, x_2$ .

Theo định lí Viète ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m & (2) \end{cases}$

Theo bài cho ta có:  $9x_1 + 2x_2 = 18$  (3)

Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 & (1) \\ 9x_1 + 2x_2 = 18 & (3) \end{cases}$

Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 rồi trừ cho phương trình (3) ta được:

$$-7x_1 = -28$$

$$x_1 = 4$$

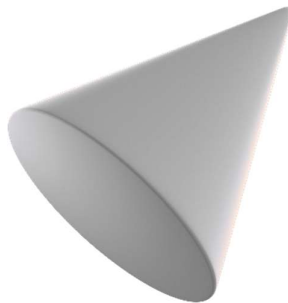
Thay  $x_1 = 4$  vào phương trình (1) ta được:  $x_2 = -9$

Thay  $x_1 = 4, x_2 = -9$  vào phương trình (2) ta được:  $m = 4 \cdot (-9) = -36$  (thoả mãn điều kiện)

Vậy với  $m = -36$  thì yêu cầu bài toán được thoả mãn.

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1. **(0,5 điểm)** Q Một khối kim loại có dạng hình nón có chiều cao 15cm và đường kính đáy là 10cm. Nếu thả khối kim loại vào cốc nước đầy (khối kim loại chìm hoàn toàn trong nước) thì lượng nước tràn ra là bao nhiêu mililit? (Biết:  $1cm^3 = 1ml$ . Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Hướng dẫn**

Độ dài bán kính đáy là:  $10 : 2 = 5(cm)$

Thể tích của khối kim loại là:  $V_{\text{non}} = \frac{1}{3}h \cdot \pi R^2 = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot \pi \cdot 5^2 \approx 393(\text{cm}^3) \approx 393\text{ml}$ .

Vậy nếu thả khối kim loại vào cốc nước đầy thì lượng nước tràn ra khoảng 393ml.

2. **(0,5 điểm)** Lan dùng thước đo một vòng quanh đường xích đạo của quả địa cầu thì thấy chiều dài là 126cm. Tìm bán kính của quả địa cầu. (Lấy  $\pi = 3,14$ . Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm).



**Hướng dẫn**

Độ dài đường xích đạo là độ dài đường tròn lớn của quả địa cầu, do đó gọi  $R$  là bán kính quả địa cầu thì độ dài bán kính là :

$$R = \frac{l}{2\pi} = \frac{126}{2 \cdot 3,14} \approx 20(\text{cm})$$

Vậy bán kính quả địa cầu khoảng 20cm.

2. **(3,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

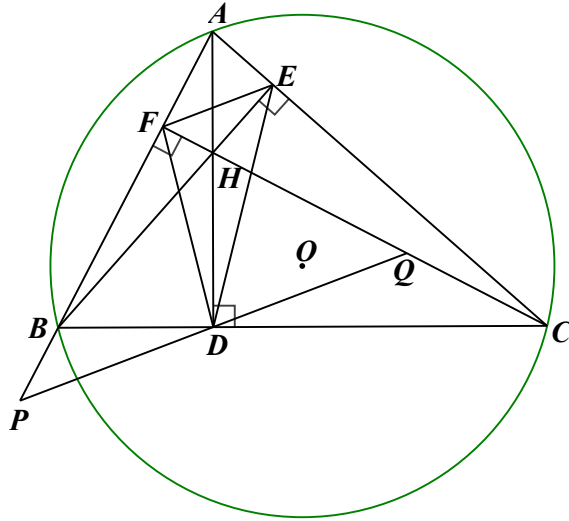
a) Chứng minh: các tứ giác  $BCEF$  và  $CDHE$  nội tiếp.

b) Chứng minh:  $EH$  là tia phân giác của góc  $DEF$  và  $EB \cdot EH = ED \cdot EF$ .

c) Từ  $D$  kẻ một đường thẳng song song với  $EF$  cắt các đường thẳng  $AB$  và  $CF$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ . Chứng minh:  $\triangle DFP$  cân và  $D$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ .

**Hướng dẫn**

a)



Vì  $BE, CF$  là hai đường cao của  $\Delta ABC$  nên  $BE \perp AC$  và  $CF \perp AB$ .

Do  $\Delta BFC$  vuông tại  $F$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường tròn đường kính  $BC$ . Do đó ba điểm  $B, F, C$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $BC$ .

Do  $\Delta BEC$  vuông tại  $E$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường tròn đường kính  $BC$ . Do đó ba điểm  $B, E, C$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $BC$ .

Vậy bốn điểm  $B, F, E, C$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $BC$  nên tứ giác  $BFEC$  nội tiếp.

Chứng minh tương tự như trên, ta cũng có tứ giác  $CDHE$  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính  $CH$ .

b) Chứng minh tương tự câu a, ta có tứ giác  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính  $AH$ .

Do đó  $\widehat{FAH} = \widehat{FEH}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $FH$ ).

Do  $CDHE$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{HED} = \widehat{HCD}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $HC$ ).

Mặt khác,  $\widehat{BAD} = \widehat{BCF}$  (cùng phụ với  $\widehat{ABC}$ ) hay  $\widehat{FAH} = \widehat{HCD}$ .

Suy ra  $\widehat{FEH} = \widehat{HED}$  hay  $EH$  là tia phân giác của góc  $DEF$ .

Do  $CDHE$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{EHC} = \widehat{EDC}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EC$ ).

Mà  $\widehat{EHF} + \widehat{EHC} = 180^\circ$  và  $\widehat{EDB} + \widehat{EDC} = 180^\circ$

Suy ra  $\widehat{EHF} = \widehat{EDB}$

Xét  $\Delta EHF$  và  $\Delta EDB$  có:

$\widehat{EHF} = \widehat{EDB}$  và  $\widehat{FEH} = \widehat{BED}$  (do  $EH$  là tia phân giác của góc  $DEF$ )

Do đó  $\Delta EHF \sim \Delta EDB$  (g.g)

Suy ra  $\frac{EH}{ED} = \frac{EF}{EB}$  (tỉ số các cạnh tương ứng)

Hay  $EB \cdot EH = ED \cdot EF$  (đpcm).

c) Chứng minh tương tự câu a, ta có  $BFHD$  là tứ giác nội tiếp.

Do đó  $\widehat{BFD} = \widehat{BHD}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $BD$ )

Do  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{AFE} = \widehat{AHE}$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AE$ )

Mà  $\widehat{BHD} = \widehat{AHE}$  (đối đỉnh)

Do đó  $\widehat{BFD} = \widehat{AFE}$

Lại có  $\widehat{FPD} = \widehat{AFE}$  (hai góc đồng vị do  $FE \parallel PQ$ )

Suy ra  $\widehat{BFD} = \widehat{FPD}$  nên  $\triangle DFP$  cân tại  $D$ .

Ta có  $\widehat{DPF} + \widehat{DQF} = 90^\circ$  và  $\widehat{DFP} + \widehat{DFQ} = 90^\circ$

Mà  $\widehat{DPF} = \widehat{DFP}$  (chứng minh trên) nên  $\widehat{DQF} = \widehat{DFQ}$

Do đó  $\triangle DFQ$  cân tại  $D$ , nên  $DF = DQ$ .

Do  $\triangle DFP$  cân tại  $D$  nên  $DP = DF$

Suy ra  $DP = DQ$  hay  $D$  là trung điểm của đoạn  $PQ$  (đpcm).

**Bài V. (0,5 điểm)** Một người nông dân có 15 triệu đồng để làm một hàng rào hình chữ  $E$  dọc theo một bờ kênh (tham khảo hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Giá của hàng rào song song với bờ kênh là 60000 đồng một mét, ba mặt hàng rào song song nhau có giá là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



**Hướng dẫn**

Giả sử chiều dài từng mặt của ba mặt hàng rào song song nhau là  $x$  (m).

Chi phí để làm ba mặt hàng rào song song là:  $3 \cdot x \cdot 50000 = 150000x$  (đồng).

Chi phí để làm mặt hàng rào song song với bờ sông là:  $1500000 - 150000x$  (đồng).

Chiều dài của mặt hàng rào song song với bờ sông là:

$$\frac{15000000 - 150000x}{60000} = \frac{1500 - 15x}{6} = \frac{500 - 5x}{2} \text{ (m)}$$

Rõ ràng,  $x$  phải thỏa mãn điều kiện  $0 < x < 100$ .

Giả sử diện tích hàng rào không đáng kể, khi đó diện tích hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là

$$S = \frac{x(500 - 5x)}{2} = \frac{-5x^2 + 500x}{2} = -\frac{5}{2}(x^2 - 100x + 2500) + 6250 = -\frac{5}{2}(x - 50)^2 + 6250 \leq 6250$$

Dấu “=” xảy ra khi  $x = 50$

Vậy diện tích lớn nhất của đất rào thu được là  $6250\text{m}^2$  khi chiều dài từng mặt của ba mặt hàng rào song song nhau là  $50\text{m}$ .

Nguồn:  [Hocmai.vn](https://hocmai.vn)

**HOCMAI Top class**