BUỔI LIVE 12_HM10 LUYỆN ĐỀ

ĐỀ TỰ LUYỆN

Thời gian: 120 phút.

Bài I. ***(1,5 điểm)***

1) Quay 100 lần một tấm bìa hình tròn được chia thành bốn hình quạt với các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Quan sát mũi tên chỉ vào hình quạt màu gì và ghi lại, thu được kết quả sau:

Xanh	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$
Đỏ	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$
Tím	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$
Vàng	$\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$ $\cancel{||||}$

a) Lập bảng tần số tương đối cho kết quả thu được ;

b) Vẽ biểu đồ cột mô tả bảng tần số tương đối trên.

Hướng dẫn

a) Bảng tần số

Màu	**Xanh**	**Đỏ**	**Tím**	**Vàng**	**Tổng**
Tần số	30	25	30	15	100

Tần số tương đối của các màu xanh, đỏ, tím, vàng lần lượt là

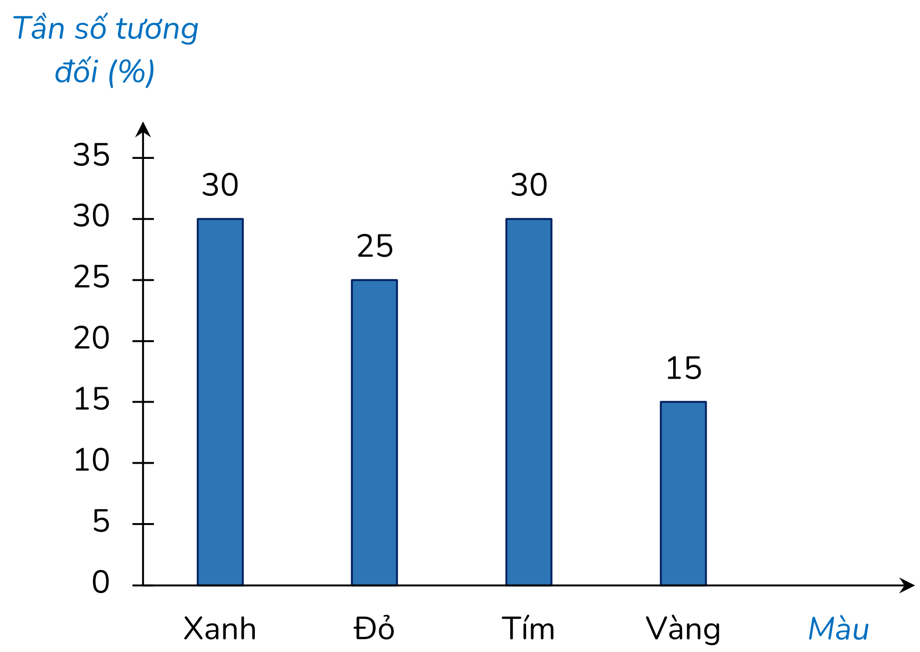
$f_1 = \dfrac{30}{100} \cdot 100\% = 30\%$, $f_2 = \dfrac{25}{100} \cdot 100\% = 25\%$,

$f_3 = \dfrac{30}{100} \cdot 100\% = 30\%$, $f_4 = \dfrac{15}{100} \cdot 100\% = 15\%$,

Bảng tần số tương đối:

Màu	**Xanh**	**Đỏ**	**Tím**	**Vàng**	**Tổng**
Tần số tương đối	30 %	25%	30%	15%	100%

b) Biểu đồ cột:



2) Một hộp có 50 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 3, 5,..., 97, 99, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố D: "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 30 và là ước của 50".

Hướng dẫn

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 3;...; 97; 99\}$ nên $n(\Omega) = (99-1):2+1=50$

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp và các thẻ cùng loại nên kết quả là đồng khả năng.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $\{1;5;25\}$ nên $n(D)=3$

Xác suất của biến cố D là $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{50}$.

Bài II. *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức $A=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$ với $x>0$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=64$

b) Rút gọn biểu thức $P=1-\dfrac{B}{A}$.

c) Tìm x để $P<P^2$.

Hướng dẫn

a) Thay $x=64$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có $A=\dfrac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}}=\dfrac{5}{4}$

Vậy $A=\frac{5}{4}$ khi $x=64$

b) Với $x>0$, ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

Có $P=1-\frac{B}{A}=1-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}:\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=1-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$

c) Với $x>0$ thì $P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}>0$ (Vì $1>0;\sqrt{x}+1>0$)

Ta có: $P<P^2$ hay $P-P^2<0$ hay $P\left(1-P\right)<0$

Lại có $P>0$ nên $P<P^2$ khi $1-P<0$

Tức là

$$1-\frac{1}{\sqrt{x}+1}<0$$

$$\frac{\sqrt{x}+1-1}{\sqrt{x}+1}<0$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}<0$$

Vì với $x>0$ thì $\sqrt{x}+1>0$ nên $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}>0$.

Vậy không có giá trị của x để $P<P^2$.

Bài III. (*2,5 điểm*)

1) Trong kỳ thi HK II môn Toán lớp 9. Một phòng thi có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều phải làm bài trên giấy thi của trường phát. Cuối buổi thi, sau khi thu bài, giám thị coi thi đếm được tổng tờ giấy thi là 53 tờ. Hỏi trong phòng thi đó có bao nhiêu thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi? Biết rằng có 3 thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi.

Hướng dẫn

Gọi x,y (thí sinh) lần lượt là số học sinh làm bài 2 tờ và 3 tờ giấy thi ($0<x,y<21;x,y\in\mathbb{N}$)

Do phòng thi có 24 thí sinh dự thi mà trong đó có 3 thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi.

Ta có phương trình: $x+y=21$

Cuối buổi thi, sau khi thu bài, giám thị coi thi đếm được tổng tờ giấy thi là 53 tờ, và ba thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi, như vậy ta có phương trình: $2x+3y+3=53$ hay $2x+3y=50$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=21 \\ 2x+3y=50 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+2y=42 \\ 2x+3y=50 \end{cases}$

$\begin{cases} x=13 \\ y=8 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy có 13 thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi; 8 thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi.

2) Trường THCS A tổ chức chương trình trải nghiệm vào lớp 6 cho học sinh hiện đang học lớp 5 trên địa bàn thành phố Hà Nội. Trong buổi gặp đầu tiên nhà trường dự kiến kê 120 ghế cho học sinh ngồi dự buổi khai mạc và gặp gỡ các thầy cô của nhà trường. Tuy nhiên số lượng học sinh đến tham gia chương trình là 160 học sinh nên phải kê thêm 1 dãy ghế và mỗi dãy ghế phải thêm 2 người ngồi. Hỏi ban đầu nhà trường kê bao nhiêu dãy ghế, mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi? (Biết số dãy ghế ban đầu lớn hơn 10).

Hướng dẫn

Gọi số dãy ghế ban đầu nhà trường kê là x (dãy ghế) ($x \in \mathbb{N}^*; x > 10$).

Dự kiến kê 120 ghế nên mỗi dãy ghế có số chỗ ngồi là $\frac{120}{x}$ (chỗ ngồi).

Thực tế phải kê thêm 1 dãy ghế và mỗi dãy ghế phải thêm 2 người ngồi để có 160 ghế nên ta có phương trình

$\left(x+1\right)\left(\frac{120}{x}+2\right)=160$

Giải phương trình:

$\left(x+1\right)\left(\frac{120+2x}{x}\right)=160$

$\left(x+1\right)\left(120+2x\right)=160x$

$120x+120+2x^2+2x=160x$

$2x^2-38x+120=0$

$x^2-19x+60=0 \ (1)$

Giải phương trình (1) ta được $x=4$ (không thỏa mãn điều kiện), $x=15$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số dãy ghế ban đầu nhà trường kê là 15 dãy.

Và mỗi dãy có $\frac{120}{15}=8$ chỗ ngồi.

3) Cho phương trình $x^2-4x-4=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $E=\left(\frac{x_1-4}{x_1}+\frac{x_2+2}{x_2+1}\right):\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)$.

Hướng dẫn

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên theo định lí Viète, ta có $x_1+x_2=4$ và $x_1x_2=-4$.

Suy ra: $x_1;x_2\neq 0$.

Giả sử $x_2+1=0\Rightarrow x_2=-1$. Thay $x=-1$ vào phương trình ban đầu, ta được: $(-1)^2-4(-1)-4=1\neq 0$ (vô lý).

Do đó, $x_2\neq -1$ hay $x_2+1\neq 0$.

Ta có:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{4}{-4}=-1$$

Đặt $A=\frac{x_1-4}{x_1}+\frac{x_2+2}{x_2+1}$

Từ hệ thức Viète $x_1x_2=-4$, ta suy ra được $\frac{-4}{x_1}=x_2$.

$$A=\frac{x_1-4}{x_1}+\frac{x_2+2}{x_2+1}$$

$$A=1-\frac{4}{x_1}+\frac{x_2+2}{x_2+1}$$

$$A=1+x_2+\frac{x_2+2}{x_2+1}$$

$$A=\frac{(x_2+1)^2+x_2+2}{x_2+1}$$

$$A=\frac{x_2^2+2x_2+1+x_2+2}{x_2+1}$$

$$A=\frac{x_2^2+3x_2+3}{x_2+1}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình ban đầu nên ta có:

$$x_2^2-4x_2-4=0\Rightarrow x_2^2=4x_2+4$$

Suy ra: $A=\dfrac{4x_2+4+3x_2+3}{x_2+1}=\dfrac{7\left(x_2+1\right)}{x_2+1}=7$

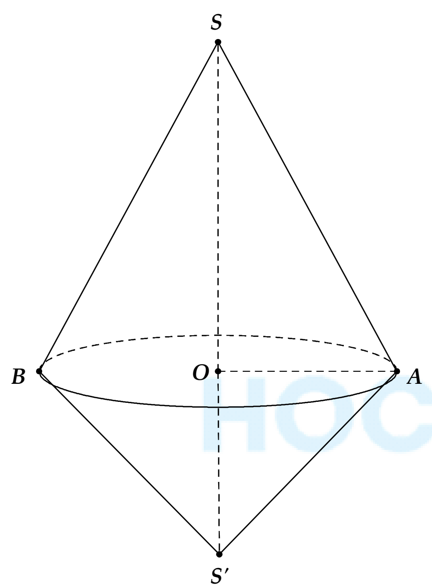
Vậy $E=\left(\dfrac{x_1-4}{x_1}+\dfrac{x_2+2}{x_2+1}\right):\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right)=7:-\left(1\right)=-7$.

Bài IV. ***(4 điểm)***

1) Một chi tiết máy có hình như bên. Độ dài các cạnh $SO=4\,\text{cm}, SS'=6\,\text{cm}$ và $OA=2\,\text{cm}$.

a) Tính thể tích của hình nón có đường cao SO.

b) Nếu một ống hình trụ có đường cao bằng $2\,\text{cm}$ và thể tích bằng thể tích của chi tiết máy thì diện tích xung quanh của hình trụ bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn

a) Thể tích của hình nón có đường cao SO là: $V_1=\dfrac{1}{3}S_{day}\cdot h=\dfrac{1}{3}\pi\cdot 2^2.4=\dfrac{16}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$

b)

Chiều cao của hình nón phía dưới là: $h_2=OS'=SS'-SO=6-4=2\left(cm\right)$

Thể tích của chi tiết máy là: $V_2=\dfrac{16}{3}\pi+\dfrac{1}{3}\pi\cdot 2^2\cdot 2=8\pi\left(\text{cm}^3\right)$

Diện tích đáy của hình trụ có thể tích bằng chi tiết máy là: $S_{day\,tru}=\dfrac{8\pi}{2}=4\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Bán kính của hình trụ là: $r=\sqrt{\dfrac{4\pi}{\pi}}=2\left(\text{cm}\right)$

Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq}=2\pi\cdot 2\cdot 2=8\pi\left(\text{cm}^2\right)$

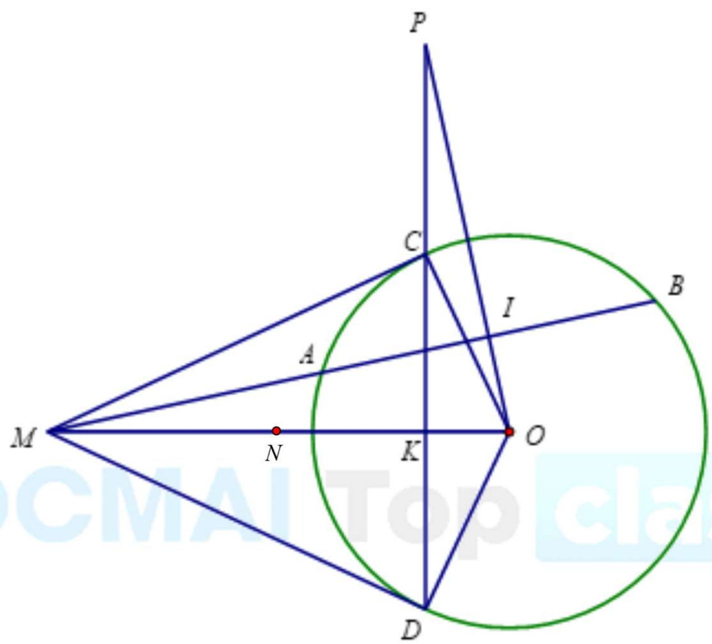
2) Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d cắt đường tròn tại A và B. Từ điểm M thuộc tia BA, M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MC, MD tới đường tròn. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Chứng minh năm điểm M,C,D,I,O cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi OM cắt CD tại K. Chứng minh $OM.OK = R^2$ và $OK.KM = \frac{CD^2}{4}$.

c) Chứng minh khi M thay đổi thì đường thẳng CD luôn đi qua một điểm cố định.

Hướng dẫn



a) Chứng minh năm điểm* M,C,D,I,O *cùng thuộc một đường tròn.

Vì MC,MD là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MC \perp OC$ và $MD \perp OD$. $\Rightarrow \Delta MCO$ vuông tại C và ΔMDO vuông tại D.

Gọi N là trung điểm của OM

Xét ΔMCO vuông tại C có CN là đường trung tuyến nên $CN = NM = NO = \frac{OM}{2}$ (1)

Xét ΔMDO vuông tại D có DN là đường trung tuyến nên $DN = NM = NO = \frac{OM}{2}$ (2)

Có I là trung điểm của AB nên ΔOAB cân tại $O\left(OA = OB = R\right)$ có OI vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao $\Rightarrow OI \perp AB$

Xét ΔMIO vuông tại I có IN là đường trung tuyến nên $IN = NM = NO = \frac{OM}{2}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có $NM = NO = NC = ND = NI$ nên các điểm M,C,D,I,O cùng thuộc một đường tròn (N) bán kính $\frac{OM}{2}$

b) Chứng minh $OM.OK = R^2$ **và** $OK.KM = \frac{CD^2}{4}$.

Vì MC,MD là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M của đường tròn (O) nên: $MC = MD$ và MO là tia phân giác của $\widehat{CMD} \Rightarrow \Delta MCD$ cân tại M có MO vừa là đường phân giác vừa là đường trung trực.

$\Rightarrow CD \perp MO$.

+) Xét ΔOCK và ΔOMC có: $\widehat{MOC}$ là góc chung. $\widehat{OKC} = \widehat{OCM} = 90^\circ$ (do $CD \perp OM$ và $MC \perp OC$).

Suy ra: $\Delta OCM \backsim \Delta OKC\ (g.g) \Rightarrow \frac{OC}{OK} = \frac{OM}{OC} \Rightarrow OM.OK = OC^2 = R^2$

+) Ta có $\widehat{KCM} + \widehat{KCO} = \widehat{OCM} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{KOC} + \widehat{KCO} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong ΔOKC vuông tại K).

Suy ra $\widehat{KCM} = \widehat{KOC}$.

Xét ΔCKM và ΔOKC có: $\widehat{MKC} = \widehat{CKO} = 90^\circ$, $\widehat{KCM} = \widehat{KOC}\ (cmt)$

Suy ra: $\Delta CKM \backsim \Delta OKC\ (g.g) \Rightarrow \frac{KM}{KC} = \frac{CK}{KO} \Rightarrow KM.OK = KC^2 = \left(\frac{CD}{2}\right)^2 = \frac{CD^2}{4}$.

c) Chứng minh khi M **thay đổi trên** d **thì đường thẳng** CD **luôn đi qua một điểm cố định.**

Gọi P là giao điểm của đường thẳng CD và đường thẳng OI.

Xét ΔOIM và ΔOKP có: $\widehat{O}$ là góc chung. $\widehat{OIM} = \widehat{OKP} = 90^\circ$ (do $OI \perp AB$ và $OM \perp CD$).

Suy ra : $\Delta OIM \backsim \Delta OKP\ (g.g) \Rightarrow \frac{OI}{OK} = \frac{OM}{OP} \Rightarrow OI.OP = OK.OM$

Mà $OM.OK = R^2 \Rightarrow OI.OP = R^2 \Rightarrow OP = \frac{R^2}{OI}$

Vì d và đường tròn (O) cố định, $OI \perp d$ nên OI có độ dài không đổi. Do đó, OP không đổi. Mà đường thẳng OI cố định nên P là điểm cố định.

Vậy khi M thay đổi trên d thì đường thẳng CD luôn đi qua một điểm P cố định thỏa mãn $OP \perp d$ tại I và $OP = \frac{R^2}{OI}$.

Bài V. (*0,5 điểm*)

Tại một quán bán nước giải khát gần cổng trường THCS A, một ly trà sữa bán ra có giá vốn (sau khi cộng tất cả chi phí) là $15\ 000$ đồng. Nếu bán giá $20\ 000$ đồng cho một ly trà sữa thì sẽ bán được 450 ly một ngày. Sau khi bán được 7 tháng, chủ quán muốn tăng lợi nhuận bằng cách tăng giá bán. Nếu giá bán mỗi ly trà sữa tăng $1\,000$ đồng thì số lượng ly trà sữa bán ra mỗi ngày giảm đi 30. Hỏi để có tiền lãi cao nhất thì chủ quán nên tăng giá bán là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Giả sử tăng giá bán x lần (mỗi lần tăng 1000 đồng), ($x \in \mathbb{N}, 0 \le x \le 15$) thì số ly trà sữa bán được trong một ngày là $450-30x$ (ly).

Giá bán một ly trà sữa là $20000+1000x$ (đồng).

Số tiền vốn để làm $450-30x$ ly trà sữa là $15000.(450-30x)$ (đồng).

Số tiền lãi thu được trong 1 ngày là $(20000+1000x)(450-30x)-15000(450-30x)$ (đồng).

Đặt $A=(20000+1000x)(450-30x)-15000(450-30x)$

$=(5000+1000x)(450-30x)$

$=30000(x+5)(15-x)$

$=30000\left[-(x-5)^2+100\right]$

$=3\,000\,000-30\,000(x-5)^2$

Vì $(x-5)^2 \ge 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện nên $A \le 3000000$.

Do đó giá trị lớn nhất của A là 3000000.

Dấu "=" xảy ra khi $x=5$.

Vậy để có tiền lời cao nhất thì chủ quán nên tăng giá bán thêm $5 \cdot 1000 = 5000$ đồng.

CHÚC CÁC EM HỌC TẬP TỐT!