

# BUỔI LIVE 14\_HM10 LUYỆN ĐỀ

## ĐỀ TỰ LUYỆN

Thời gian: 120 phút.

### Bài 1. (1,5 điểm)

1) Để đánh mức độ hài lòng của khách hàng về thái độ phục vụ của nhân viên, cửa hàng đã lấy ý kiến của 50 khách hàng theo các mức độ: 1;2;3;4;5. Kết quả được cho ở bảng dưới:

4	4	1	4	5	2	2	5	5	5
2	4	3	4	4	4	5	3	3	4
4	4	5	1	5	4	4	4	2	4
4	3	5	5	1	5	5	4	4	4
3	3	4	3	3	4	4	4	4	5

a) Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

b) Nếu cửa hàng có quy định: Phải tổ chức đào tạo lại nhân viên nếu tỉ lệ khách hàng đánh giá dưới 3 điểm vượt quá 10%. Theo em, cửa hàng này có cần tổ chức đào tạo lại nhân viên không? Vì sao?

### Hướng dẫn

a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

Mức độ	1	2	3	4	5	Tổng
Tần số (n)	3	4	8	23	12	N = 50

Tần số tương đối của “mức độ 1 ” là:  $f_1 = \frac{3}{50} \cdot 100\% = 6\%$ .

Tần số tương đối của “mức độ 2 ” là:  $f_2 = \frac{4}{50} \cdot 100\% = 8\%$ .

Tần số tương đối của “mức độ 3 ” là:  $f_3 = \frac{8}{50} \cdot 100\% = 16\%$ .

Tần số tương đối của “mức độ 4 ” là:  $f_4 = \frac{23}{50} \cdot 100\% = 46\%$ .

Tần số tương đối của “mức độ 5 ” là:  $f_5 = \frac{12}{50} \cdot 100\% = 24\%$ .

Mức độ	1	2	3	4	5	Tổng
Tần số tương đối (%)	6%	8%	16%	46%	24%	100%

b) Tỷ lệ khách hàng đánh giá dưới 3 điểm là:  $6\% + 8\% = 14\% > 10\%$ .

Vậy cửa hàng có cần tổ chức đào tạo lại nhân viên.

2) Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm mười hai phần bằng nhau và ghi các số  $1; 2; 3; \dots; 12$ ; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần. Tính xác suất của biến cố A: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 3”.



**Hướng dẫn**

Khi quay đĩa tròn một lần, các kết quả có thể xảy ra đối với số ghi ở hình quạt mà chiếc kim chỉ vào là:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

Nên  $n(\Omega) = 12$ .

Vì đĩa quay được chia làm 12 phần bằng nhau nên các kết quả này là đồng khả năng.

Các số chia hết cho 3 là:  $\{3; 6; 9; 12\}$ .

Nên  $n(A) = 4$ .

Xác suất của biến cố A là:  $P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

**Bài II. (1,5 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+15}{x-9}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ .

c) Cho  $P = A.B$ . Tìm x để  $P \geq 1$ .

**Hướng dẫn**

a) Thay  $x = 4$  (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có

$$A = \frac{2\sqrt{4}-3}{\sqrt{4}+3} = \frac{4-3}{2+3} = \frac{1}{5}$$

Vậy khi  $x = 4$  thì  $A = \frac{1}{5}$ .

b) Với  $x \geq 0, x \neq 9$  ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x+3}} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+15}}{x-9} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x+15}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \\ &= \frac{2(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}(\sqrt{x+3}) + \sqrt{x+15}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-6+x+3\sqrt{x}+\sqrt{x+15}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \\ &= \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})} \\ &= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Vậy với  $x \geq 0; x \neq 9$  ta có  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ .

c) Với  $x \geq 0; x \neq 9$  ta có

$$P = A.B = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x+3}} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Suy ra } P-1 = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-3} - 1 = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Để } P \geq 1 \text{ thì } P-1 \geq 0 \text{ hay } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \geq 0$$

**Trường hợp 1:**  $x = 0$  (thỏa mãn)

**Trường hợp 2:**  $x > 0; x \neq 9$ .

Khi đó  $\sqrt{x} > 0$ , để  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \geq 0$  thì  $\sqrt{x}-3 > 0$  hay  $x > 9$ .

Kết hợp điều kiện ta có  $x > 9$ .

Vậy  $x = 0$  hoặc  $x > 9$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Bài III. (2,5 điểm)

1) Lớp 9A có nhu cầu tổ chức đi học tập trải nghiệm vào dịp cuối năm, do vậy cần thuê một hướng dẫn viên cho chuyến đi trải nghiệm này. Có hai công ty du lịch A và B được liên hệ để lấy các thông tin về giá:

- Công ty A có phí dịch vụ ban đầu là 500000 đồng cộng với 3000 đồng cho mỗi ki lô mét.
- Công ty B có phí dịch vụ ban đầu là 400000 đồng cộng với 3500 cho mỗi ki lô mét Phí dịch vụ của cả hai công ty chỉ tính cho chiều đi (chiều về không tính phí).

a) Lớp 9A nên chọn công ty nào để thuê hướng dẫn viên biết rằng quãng đường cho chuyến đi theo một chiều là 360km .

b) Khoảng cách giữa điểm đi và điểm đến cần thỏa mãn điều kiện gì để việc chọn công ty B có lợi hơn

#### Hướng dẫn

a)

Gọi số km cần thuê hướng dẫn là  $x$  ( $km; x > 0$ )

+ Thuê công ty A thì tổng số tiền cần trả là:  $500000 + 3000x$  (đồng)

+ Thuê công ty B thì tổng số tiền cần trả là:  $400000 + 3500x$  (đồng)

Khi  $x = 360$  thì số tiền trả cho

+ Công ty A là:  $500000 + 3000.360 = 1580000$  (đồng).

+ Công ty B là  $400000 + 3500.360 = 1660000$  (đồng).

Ta thấy số tiền trả cho công ty A ít hơn nên chọn công ty A.

b)

Để chọn công ty B có lợi hơn thì tiền trả công ty B phải ít hơn

$$400000 + 3500x < 500000 + 3000x$$

$$500x < 100000$$

$$x < 200$$

Kết hợp điều kiện:  $0 < x < 200$  .

Vậy nếu đi quãng đường lớn hơn 0km và ngắn hơn 200km thì chọn công ty B có lợi hơn.

2) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 5 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và giảm chiều dài đi 10m thì diện tích tăng 160  $m^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

#### Hướng dẫn

Gọi chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là  $x(m); x > 0$

Chiều dài hình chữ nhật ban đầu là  $5x(m)$

Diện tích ban đầu của hình chữ nhật là:  $x \cdot 5x = 5x^2 \text{ (m}^2\text{)}$

Chiều rộng hình chữ nhật sau khi tăng là  $2x(m)$

Chiều dài hình chữ nhật sau khi giảm là  $5x - 10(m) \text{ (} x > 2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật lúc sau là:  $2x(5x - 10) \text{ (m}^2\text{)}$

Theo đề bài ra ta có phương trình

$$2x(5x - 10) - 5x^2 = 160$$

$$10x^2 - 20x - 5x^2 = 160$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$x^2 - 8x + 4x - 32 = 0$$

$$x(x - 8) + 4(x - 8) = 0$$

$$(x + 4)(x - 8) = 0$$

Suy ra:

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{hoặc } x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy chiều rộng ban đầu của mảnh vườn là  $8m$ , chiều dài là  $8 \cdot 5 = 40m$ .

3) Cho phương trình  $x^2 - 2mx + (3m - 4) = 0$ , với  $m$  là tham số. Xác định các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn  $x_1 < 1 < x_2$ .

### Hướng dẫn

Ta có  $\Delta' = m^2 - 1 \cdot (3m - 4) = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$  với mọi giá trị của  $m$ .

Vì  $\Delta' > 0$  nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó theo Viète ta có:  $x_1 + x_2 = 2m; x_1 x_2 = 3m - 4$ .

Vì  $x_1 < 1 < x_2$  nên ta có:

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$$

$$x_1 x_2 - x_1 - x_2 + 1 < 0$$

$$3m - 4 - 2m + 1 < 0$$

$$m - 3 < 0$$

$$m < 3.$$

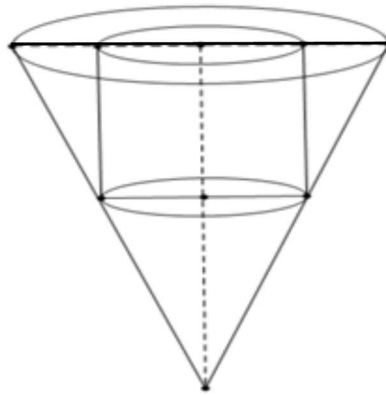
Vậy  $m < 3$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn  $x_1 < 1 < x_2$ .

**Bài IV. (4 điểm)**

1) Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Biết rằng bán kính đáy là  $3dm$  và chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó.

a) Tính thể tích của bình nước.

b) Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là  $6\pi(dm^3)$ . Biết rằng một mặt đáy của khối trụ nằm trên mặt đáy của nón (như hình bên) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của khối trụ.



**Hướng dẫn**

a)

Chiều cao của bình là:  $3 \cdot 3 = 9(dm)$ .

Thể tích của bình nước là:  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 9 = 27\pi(dm^3)$ .

b) Gọi bán kính đáy khối trụ là  $r (r > 0, dm)$ .

Chiều cao của khối trụ bằng đường kính đáy hình nón nên nó có chiều cao là  $h_1 = 3 \cdot 2 = 6(dm)$ .

Vì bình đang đựng đầy nước, nên thể tích khối trụ chìm trong nước bằng đúng thể tích nước tràn ra ngoài.

Từ đó ta có:  $6\pi(dm^3)$  nên ta có  $\pi r^2 h_1 = 6\pi$ .

Hay  $r^2 \cdot 6 = 6 \Rightarrow r = 1 dm$  (thỏa mãn điều kiện).

Diện tích xung quanh của khối trụ là  $S_{xq} = 2\pi r h = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 6 = 12\pi(dm^2)$ .

2) Cho  $\Delta ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$  có ba đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Đoạn  $AH$  cắt  $EF$  tại  $G$ .

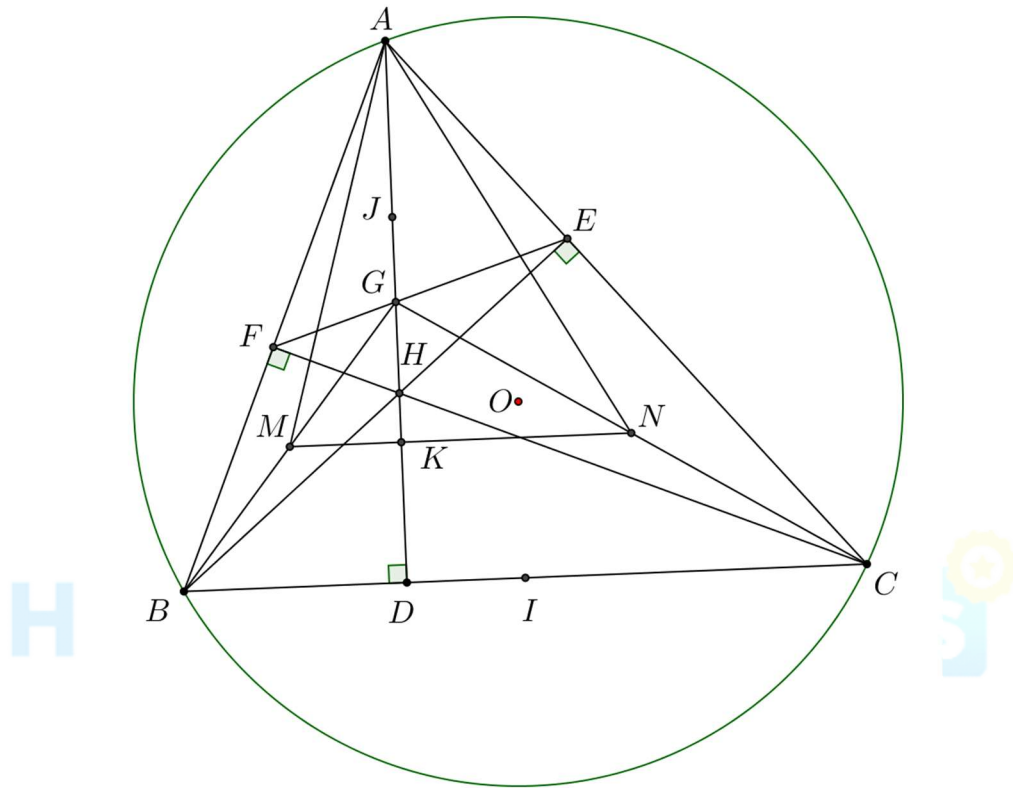
a) Chứng minh tứ giác  $AEHF$  và tứ giác  $BFEC$  nội tiếp.

b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $GB$  và  $N$  là trung điểm của  $GC$ .

Chứng minh:  $\frac{HB}{MN} = 2 \cdot \frac{AC \cdot BD}{AB \cdot FC}$ .

c) Chứng minh  $AB^2 - AC^2 = 4(AM^2 - AN^2)$ .

**Hướng dẫn**



**a) Chứng minh tứ giác AEHF và tứ giác BFEC nội tiếp.**

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow IB = IC = \frac{BC}{2}$  (1)

Vì  $BE, CF$  là đường cao của  $\Delta ABC$  nên  $BE \perp AC$  tại  $E$ ,  $CF \perp AB$  tại  $F$   
 Xét  $\Delta BEC$  vuông tại  $E$  có: đường trung tuyến  $EI$  ứng với cạnh huyền  $BC$

$$\Rightarrow IE = \frac{BC}{2} \quad (2)$$

Xét  $\Delta BFC$  vuông tại  $F$  có: đường trung tuyến  $FI$  ứng với cạnh huyền  $BC$

$$\Rightarrow IF = \frac{BC}{2} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) có:  $IB = IC = IE = IF = \frac{BC}{2}$

⇒ Bốn điểm  $B, F, E, C$  cùng nằm trên đường tròn  $\left(I; \frac{BC}{2}\right)$ .

⇒ Tứ giác  $BFEC$  nội tiếp.

Gọi  $J$  là trung điểm của  $AH \Rightarrow JA = JH = \frac{AH}{2}$  (4)

Xét  $\triangle AEH$  vuông tại  $E$  có: đường trung tuyến  $EJ$  ứng với cạnh huyền  $AH$

$$\Rightarrow EJ = \frac{AH}{2} \quad (5)$$

Xét  $\triangle AFH$  vuông tại  $F$  có: đường trung tuyến  $FJ$  ứng với cạnh huyền  $AH$

$$\Rightarrow JF = \frac{AH}{2} \quad (6)$$

Từ (4), (5) và (6) có:  $JA = JH = JE = JF = \frac{AH}{2}$

⇒ Bốn điểm  $A, F, H, E$  cùng nằm trên đường tròn  $\left(J; \frac{AH}{2}\right)$ .

⇒ Tứ giác  $AFHE$  nội tiếp.

**b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $GB$  và  $N$  là trung điểm của  $GC$ . Chứng minh:  $\frac{HB}{MN} = 2 \cdot \frac{AC \cdot BD}{AB \cdot FC}$ . Xét  $\triangle GBC$  có:**

$M$  là trung điểm của  $GB$  và  $N$  là trung điểm của  $GC$

⇒  $MN$  là đường trung bình của  $\triangle GBC$

$$\Rightarrow MN = \frac{BC}{2} \text{ hay } BC = 2MN$$

Xét  $\triangle BHD$  và  $\triangle BEC$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BDH} = \widehat{BEC} = 90^\circ \\ \widehat{DBH} \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BHD \sim \triangle BCE \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{BH}{BC} \text{ (cặp cạnh tương ứng)}$$

$$\text{hay } \frac{BD}{BE} = \frac{BH}{2MN} \Rightarrow \frac{BH}{MN} = \frac{2BD}{BE} \quad (7)$$

Xét  $\triangle ABE$  và  $\triangle ACF$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ \\ \widehat{BAE} \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ACF \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF} \text{ (cặp cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AB.CF = AC.BE$$

$$\text{Ta có: } \frac{2BD}{BE} = 2 \cdot \frac{AC.BD}{AC.BE} = 2 \cdot \frac{AC.BD}{AB.CF} \quad (8)$$

$$\text{Từ (7) và (8), có: } \frac{HB}{MN} = 2 \cdot \frac{AC.BD}{AB.FC}$$

$$\text{c) Chứng minh } AB^2 - AC^2 = 4(AM^2 - AN^2).$$

Vì  $AD, BE, CF$  là các đường cao cắt nhau tại trực tâm  $H$  nên  $A, H, D$  thẳng hàng và  $AD \perp BC$ .

Gọi  $K$  là giao điểm của  $AH$  và  $MN$

Xét  $\triangle GBD$  có:  $M$  là trung điểm của  $GB$  và  $MK \parallel BD$

$\Rightarrow K$  là trung điểm của  $GD$

Ta có:  $M$  là trung điểm của  $GB$  và  $K$  là trung điểm của  $GD$

$\Rightarrow MK$  là đường trung bình của  $\triangle GBD$

$$\Rightarrow MK = \frac{BD}{2}$$

Xét  $\triangle GCD$  có:  $N$  là trung điểm của  $GC$  và  $K$  là trung điểm của  $GD$

$\Rightarrow NK$  là đường trung bình của  $\triangle GCD$

$$\Rightarrow NK = \frac{DC}{2}$$

$$\text{Lại có: } \left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ MN \parallel BC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp MN \text{ tại } K$$

Xét  $\triangle AMK$  vuông tại  $K$  có:  $AM^2 - MK^2 = AK^2$  (định lý Pythagore)

Xét  $\triangle ANK$  vuông tại  $K$  có:  $AN^2 - NK^2 = AK^2$  (định lý Pythagore)

$$\text{Do đó: } AN^2 - NK^2 = AM^2 - MK^2$$

$$AM^2 - AN^2 = MK^2 - NK^2$$

$$AM^2 - AN^2 = \frac{BD^2}{4} - \frac{DC^2}{4}$$

$$4(AM^2 - AN^2) = BD^2 - DC^2 \quad (*)$$

Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $D$  có:  $AB^2 - BD^2 = AD^2$  (định lý Pythagore)

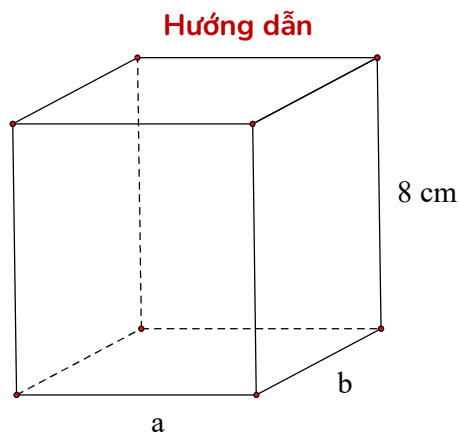
Xét  $\triangle ACD$  vuông tại  $D$  có:  $AC^2 - DC^2 = AD^2$  (định lý Pythagore)

$$\text{Do đó: } AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2 \text{ hay } AB^2 - AC^2 = BD^2 - DC^2 \quad (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**), có: } AB^2 - AC^2 = 4(AM^2 - AN^2)$$

**Bài V. (0,5 điểm)**

Một hình hộp chữ nhật có chiều cao 8 cm, diện tích xung quanh là  $192 \text{ cm}^2$ . Tính các kích thước của đáy để thể tích của hình hộp có thể tích lớn nhất?



Gọi  $a$  và  $b$  là các kích thước của đáy (đơn vị cm ;  $a, b > 0$  )

Thể tích của hình hộp chữ nhật  $V = a.b.8 \text{ ( cm}^3 \text{ )}$

Diện tích xung quanh  $S_{xq} = 192$  nên  $2(a+b).8 = 192$

Suy ra  $a+b = 12$  hay  $a = 12 - b$

Thể tích của hình hộp chữ nhật lớn nhất khi  $a.b$  lớn nhất

Ta có  $a.b = (12 - b)b = 12b - b^2$

$$= -(36 - 12b + b^2) + 36$$

$$= -(6 - b)^2 + 36 \leq 36$$

Suy ra  $V = 36.8 = 288 \text{ (cm}^3 \text{)}$

Thể tích của hình hộp chữ nhật lớn nhất là  $288 \text{ cm}^3$

Khi  $(6 - b)^2 = 0$  hay  $b = 6$

$a = 12 - 6 = 6 \text{ (cm)}$

Vậy hình hộp có thể tích lớn nhất là  $288 \text{ cm}^3$  khi hai cạnh đáy bằng nhau là 6 cm.

**CHÚC CÁC EM HỌC TẬP TỐT!**