

**BUỔI LIVE SỐ 22 – HM10 LUYỆN ĐỀ - BTTL****ĐỀ TỰ LUYỆN**

Thời gian: 120 phút.

**I. MỘT SỐ LƯU Ý CHUNG**

- 1/ HS làm cách khác, đúng kiến thức nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của người chấm.
- 2/ HS sai bước nào thì trừ điểm từ bước đó.
- 3/ HS sai 2 lỗi nhỏ trong cùng 1 bài trừ 0,25 điểm.
- 4/ HS sử dụng dấu tương đương " $\Leftrightarrow$ ": tính 1 lỗi nhỏ. Tuy nhiên, trong phần nhận xét bài Thầy/Cô cần đặc biệt lưu ý cho HS
- 5/ HS sử dụng dấu suy ra " $\Rightarrow$ ": Không trừ điểm
- 6/ Chia điểm thành phần thành 0,25 (nếu có thể).

**II. ĐÁP ÁN CHI TIẾT – BAREM ĐIỂM**

**HOCMAI Topclass**

**Bài 1. (1,5 điểm)**

1. **(1,0 điểm)** Kết quả khảo sát về thời gian tham gia hoạt động thể dục thể thao mỗi ngày của 60 học sinh khối 9 được thống kê trong bảng ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 15)	[15; 30)	[30; 45)	[45; 60)	[60; 75)	[75; 90)
Số học sinh	5	12	18	15	8	2

a) Hỏi có bao nhiêu học sinh dành thời gian tập thể dục mỗi ngày từ 30 phút đến dưới 90 phút?

b) Tính tần số tương đối của nhóm [45; 60).

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
a	Số học sinh dành thời gian tập thể dục mỗi ngày từ 30 phút đến dưới 90 phút là tổng số học sinh thuộc các nhóm [30; 45), [45; 60), [60; 75) và [75; 90): $18 + 15 + 8 + 2 = 43$ (học sinh). Vậy có 43 học sinh dành thời gian tập thể dục từ 30 phút đến dưới 90 phút.	0,5	0,5
b	Tần số tương đối của nhóm [45; 60) là: $f = \frac{15}{60} \cdot 100\% = 25\%$ .	0,5	0,5

2. **(0,5 điểm)** Một hộp đựng ba viên bi màu xanh và một viên bi màu đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Lấy được hai viên bi khác màu”.

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
	<p>Gọi <math>\Omega</math> là không gian mẫu của phép thử lấy ngẫu nhiên đồng thời trong hộp hai viên bi.</p> <p>Kí hiệu 3 viên bi màu xanh là <math>X_1; X_2; X_3</math> và viên bi màu đỏ là <math>D</math>.</p> <p>Ta có</p> $\Omega = \{(X_1, X_2); (X_1, X_3); (X_2, X_3); (X_1, D); (X_2, D); (X_3, D)\}$ <p>nên <math>n(\Omega) = 6</math></p> <p>Vì các viên bi có cùng kích thước và khối lượng nên các kết quả là đồng khả năng.</p>	<b>0,25</b>	<b>0,5</b>
	<p>Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là</p> $A = \{(X_1, D); (X_2, D); (X_3, D)\}$ <p>Suy ra số trường hợp thuận lợi là: <math>n(A) = 3</math>.</p> <p>Vậy xác suất của biến cố A: “Lấy được hai viên bi khác màu” là: <math>P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}</math>.</p>	<b>0,25</b>	

**Bài II. (1,5 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$  và  $B = \left( \frac{2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 9} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$  với

$x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$ .

a) Tính giá trị biểu thức A khi  $x = 4$ .

b) Rút gọn B.

c) Tìm giá trị nguyên của x để  $P = A - B$  đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
a	Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào A, ta có: $A = \frac{2\sqrt{4} + 1}{\sqrt{4} - 3} = \frac{5}{-1} = -5.$ Vậy $A = -5$ khi $x = 4$ .	<b>0,25</b>	<b>0,25</b>

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
b	$B = \left( \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-9} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ $B = \left( \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$	0,25	0,75
	$B = \frac{2\sqrt{x}-6-\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ $B = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$	0,25	
	$B = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$	0,25	

	$P = A - B = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} = 2 + \frac{6}{\sqrt{x} - 3}.$	0,25	
c	<p>Vì <math>x</math> là số nguyên dương (<math>x \geq 0</math>) nên <math>\sqrt{x}</math> có thể là số nguyên hoặc số vô tỉ</p> <p>Nếu <math>\sqrt{x}</math> là số vô tỉ thì <math>\sqrt{x} - 3</math> là số vô tỉ <math>\Rightarrow \frac{6}{\sqrt{x} - 3}</math> là số vô tỉ <math>\Rightarrow P</math> là số vô tỉ (không thỏa mãn)</p> <p>Vậy để <math>P</math> là số nguyên thì <math>\sqrt{x}</math> bắt buộc phải là một số nguyên (hay <math>x</math> là số chính phương). Khi đó <math>\sqrt{x} - 3</math> là một số nguyên</p> <p>Để <math>P</math> đạt giá trị nguyên thì phân số <math>\frac{6}{\sqrt{x} - 3}</math> phải là số nguyên, tức là <math>\sqrt{x} - 3</math> phải là ước của 6.</p> <p>Suy ra <math>\sqrt{x} - 3 \in U(6) = \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}</math>.</p> <p>Mặt khác, để <math>P = 2 + \frac{6}{\sqrt{x} - 3}</math> đạt giá trị nguyên lớn nhất, phân số <math>\frac{6}{\sqrt{x} - 3}</math> phải đạt giá trị dương lớn nhất.</p> <p>Điều này xảy ra khi mẫu số <math>\sqrt{x} - 3</math> là số nguyên dương nhỏ nhất.</p> <p>Suy ra <math>\sqrt{x} - 3 = 1</math> hay <math>x = 16</math> (thỏa mãn điều kiện).</p> <p>Suy ra: <math>P = 2 + \frac{6}{1} = 8</math>.</p> <p>Vậy <math>P</math> đạt giá trị nguyên lớn nhất bằng 8 khi <math>x = 16</math>.</p>	0,25	0,5

**Bài III. (2,5 điểm)**

1. **(1,0 điểm)** Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
	Gọi số câu trả lời đúng là $x$ (câu) ( $x \in \mathbb{N}; x \leq 12$ )	0,25	1,0
	Số câu trả lời sai là $12 - x$ (câu) Số điểm thí sinh đạt được là: $20 + 5x - 2(12 - x)$ (điểm)	0,25	
	Để đạt từ 50 điểm trở lên thì $20 + 5x - 2(12 - x) \geq 50$	0,25	
	$5x - 24 + 2x \geq 30$ $7x \geq 54$ $x \geq \frac{54}{7}$ Vì $x \in \mathbb{N}; x \leq 12$ và $x$ nhỏ nhất nên $x = 8$ . Vậy để vào vòng thi tiếp theo thí sinh phải trả lời đúng ít nhất 8 câu.	0,25	

2. **(1,0 điểm)** Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì sau 12 giờ xong. Nếu tổ (I) làm riêng trong 2 giờ, tổ (II) làm riêng trong 7 giờ thì cả hai tổ làm được một nửa công việc. Hỏi mỗi tổ làm riêng trong bao lâu thì xong công việc đó?

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
	Gọi thời gian mỗi tổ làm một mình hoàn thành xong công việc lần lượt là $x; y$ ( $x; y > 12$ , giờ)	0,25	1,0
	Mỗi giờ, tổ (I) và (II) làm được lần lượt là $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ (công việc) và cả hai tổ làm chung được $\frac{1}{12}$ công việc nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)  Nếu tổ (I) làm riêng trong 2 giờ, tổ (II) làm riêng trong 7 giờ thì cả hai làm xong một nửa công việc, ta có phương trình $\frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2}$ (2)	0,25	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25	
	$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{y} = \frac{1}{3} \end{cases}$	0,25	

$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{15} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Vậy tổ (I) làm một mình xong công việc trong 60 giờ và tổ (II) hoàn thành xong trong 15 giờ.</p>		
---	--	--

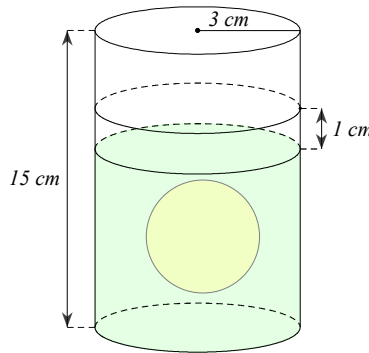
3. (0,5 điểm) Cho phương trình  $x^2 + mx - 3 = 0$  (1). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1| + |x_2| = 4$ .

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
	<p>Xét phương trình: <math>x^2 + mx - 3 = 0</math> (1).</p> <p>Ta có <math>\Delta = m^2 - 4.1.(-3) = m^2 + 12 \geq 12 &gt; 0</math></p> <p>Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1; x_2</math>.</p>	0,25	0,5
	<p>Khi đó theo hệ thức Viète ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 \cdot x_2 = -3 \end{cases}</math></p> <p><math> x_1  +  x_2  = 4</math>, khi đó <math>x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 \cdot x_2  = 16</math> hay</p> <p><math>(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2 x_1 \cdot x_2  = 16</math></p> <p>Suy ra <math>(-m)^2 - 2.(-3) + 2. -3  = 16</math>, do đó <math>m^2 + 12 = 16</math></p> <p>hay <math>m = 2</math> hoặc <math>m = -2</math>.</p> <p>Vậy <math>m = 2</math> hoặc <math>m = -2</math>.</p>	0,25	

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1. **(1,0 điểm)** Một chiếc cốc hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm và chiều cao là 15 cm.

- a) Tính diện tích đáy và thể tích của chiếc cốc.
- b) Người ta đổ vào cốc một lượng nước vừa đủ sau đó thả một quả bóng bằng sứ vào và thấy quả bóng ngập hoàn toàn trong nước thì mực nước trong cốc dâng thêm 1 cm. Tính thể tích của quả bóng này? (Lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
a	<p>Diện tích đáy của cốc là: <math>\pi r^2 \approx 3,14 \cdot 3^2 \approx 28,26 \text{ (cm}^2\text{)}</math></p> <p>Thể tích của cốc là: <math>V = S \cdot h \approx 28,26 \cdot 15 \approx 423,9 \text{ (cm}^3\text{)}</math>.</p> <p>Vậy thể tích của cốc khoảng <math>423,9 \text{ cm}^3</math>.</p>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>
b	<p>Thể tích của quả bóng chính bằng thể tích của nước dâng lên</p> <p>Thể tích của quả bóng là:</p> <p><math>V_1 = \pi r^2 h' \approx 3,14 \cdot 3^2 \cdot 1 \approx 28,26 \text{ (cm}^3\text{)}</math>.</p> <p>Vậy thể tích của quả bóng khoảng <math>28,26 \text{ cm}^3</math>.</p>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>

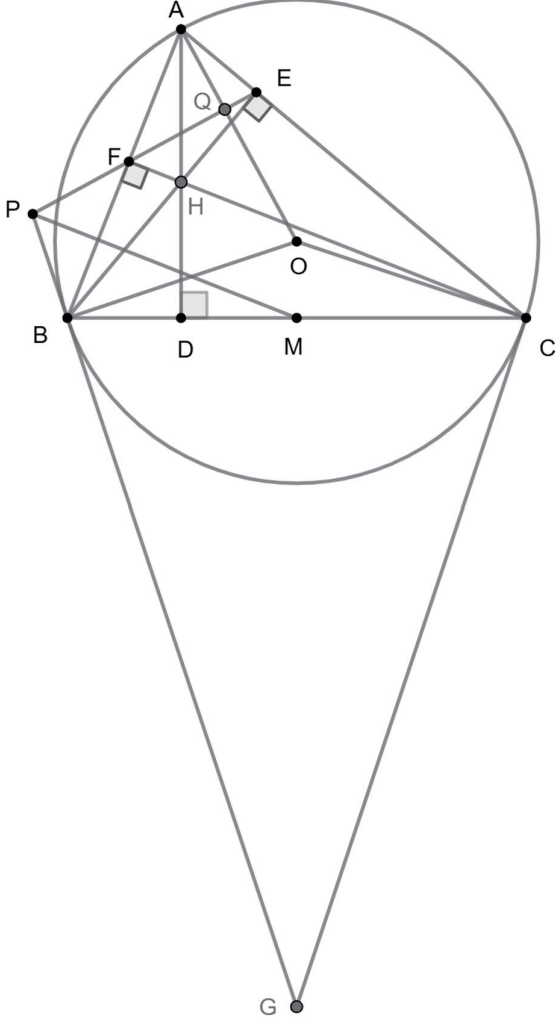
2. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp ;

b) Các tiếp tuyến với  $(O)$  tại các điểm  $B, C$  cắt nhau tại  $G$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là giao điểm của  $EF$  với các đường thẳng  $BG$  và  $AO$ . Chứng minh

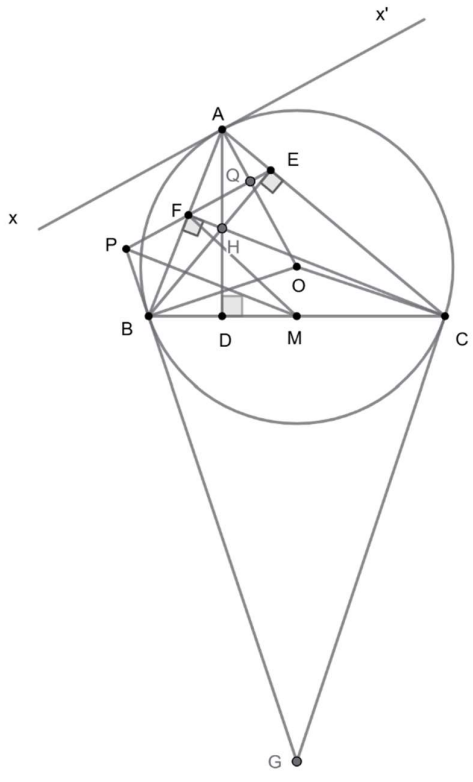
$$\frac{EF}{QF} = \frac{BC}{DC} \text{ và } PM \perp AB;$$

c) Qua  $A$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $S$ . Gọi  $N$  là giao điểm thứ hai của  $SG$  với  $(O)$ . Chứng minh ba điểm  $A, M, N$  thẳng hàng.

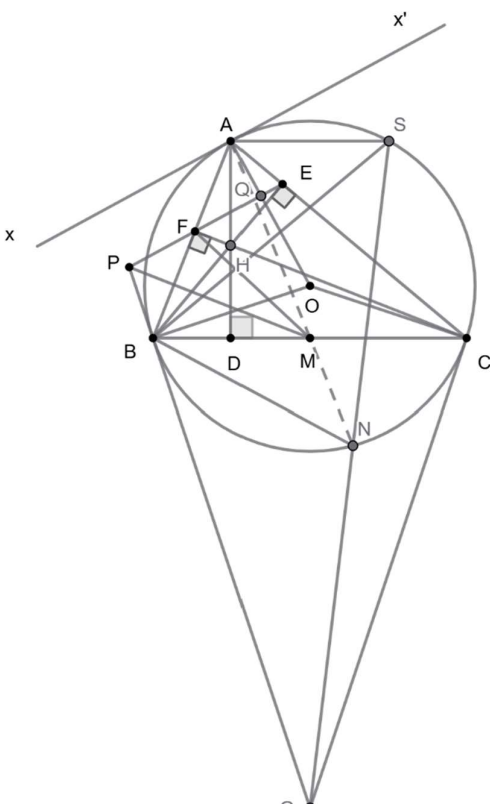
Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
a		0,25	1,0
	<p>Vì <math>BE</math> là đường cao của tam giác <math>ABC</math> (gt) nên <math>BE \perp AC</math> nên <math>\widehat{BEC} = \widehat{BEA} = 90^\circ</math></p> <p>Vì <math>CF</math> là đường cao của tam giác <math>ABC</math> (gt) nên <math>CF \perp AB</math> nên <math>\widehat{BFC} = \widehat{CFA} = 90^\circ</math></p>	0,25	
	<p>Xét <math>\triangle BEC</math> vuông tại <math>E</math>, ta có:</p> <p>Ba điểm <math>B, E, C</math> cùng thuộc một đường tròn đường kính <math>BC</math> (1)</p> <p>Xét <math>\triangle BFC</math> vuông tại <math>F</math>, ta có:</p>	0,25	

	Ba điểm $B, F, C$ cùng thuộc một đường tròn đường kính $BC$ (2)		
	Vậy bốn điểm $B, E, F, C$ cùng thuộc một đường tròn đường kính $BC$ Vậy tứ giác $BCEF$ nội tiếp	<b>0,25</b>	



Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
b	 <p>Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O). Ta có <math>Ax \perp OA</math>.</p> <p>Vì tứ giác BCEF nội tiếp nên ta có:</p> $\widehat{BCF} + \widehat{BFE} = 180^\circ$ <p>Ta có: <math>\widehat{AFE} + \widehat{BFE} = 180^\circ</math> (hai góc kề bù)</p> <p>Nên <math>\widehat{AFE} = \widehat{BCE}</math> hay <math>\widehat{AFE} = \widehat{BCA}</math></p> <hr/> <p>Có <math>\widehat{xAB} = 90^\circ - \widehat{OAB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \widehat{ACB}</math></p> <p>Suy ra <math>\widehat{xAB} = \widehat{AFE}</math></p> <p>Mà hai góc này ở vị trí so le trong</p> <p>Nên <math>xx' // EF</math>.</p> <p>Mà <math>xx' \perp OA</math> tại Q nên <math>\widehat{AQF} = 90^\circ</math></p>	0,25	1,5
		0,25	

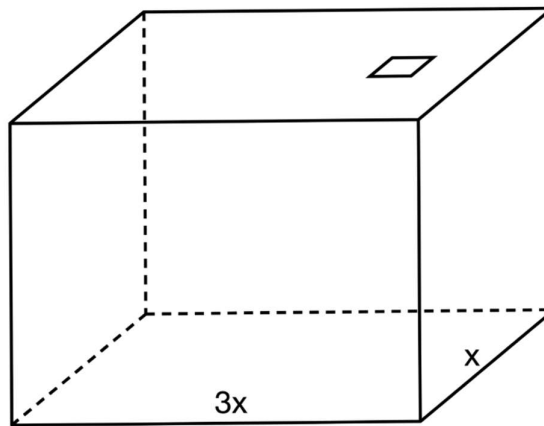
<p>Xét <math>\triangle ABC</math> và <math>\triangle AEF</math>, ta có:</p> <p><math>\widehat{AFE} = \widehat{BCA}</math> (chứng minh trên)</p> <p><math>\widehat{BAC}</math> chung</p> <p>Do đó: <math>\triangle ABC \sim \triangle AEF (g - g)</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}</math> (Cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) (3)</p>	<p><b>0,25</b></p>	
<p>Xét <math>\triangle ACD</math> và <math>\triangle AFQ</math>, ta có:</p> <p><math>\widehat{ACD} = \widehat{AQF} (= 90^\circ)</math> (chứng minh trên)</p> <p><math>\widehat{AFQ} = \widehat{DCA}</math> (chứng minh trên)</p> <p>Do đó: <math>\triangle ACD \sim \triangle AQF (g - g)</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{DC}{QF}</math> (Cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) (4)</p> <p>Từ (3), (4) suy ra <math>\Rightarrow \frac{BC}{EF} = \frac{DC}{QF} \Rightarrow \frac{EF}{QF} = \frac{BC}{DC}</math></p>	<p><b>0,25</b></p>	
<p>Tam giác <math>BCF</math> vuông tại <math>F</math>, mà <math>M</math> là trung điểm của <math>BC</math> nên <math>MB = MF \Rightarrow M</math> thuộc trung trực của <math>BF</math> (5)</p> <p>Dễ dàng chứng minh được <math>\widehat{PBF} = \widehat{BCA} = \widehat{AFE} = \widehat{PFB}</math></p> <p>Do đó <math>\widehat{PBF} = \widehat{BCA} = \widehat{AFE} = \widehat{PFB}</math> do đó tam giác <math>PEB</math> cân tại <math>P \Rightarrow PB = PF \Rightarrow P</math> thuộc trung trực của <math>BF</math> (6)</p>	<p><b>0,25</b></p>	
<p>Từ (5) và (6) suy ra <math>PM</math> là đường trung trực của <math>BF</math></p> <p>Nên <math>PM \perp BF</math> hay <math>PM \perp AB</math> (<b>đpcm</b>).</p>	<p><b>0,25</b></p>	

Mục	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
c	 <p>Xét <math>\triangle GBN</math> và <math>\triangle GSB</math> có: <math>\widehat{SGB}</math> chung; <math>\widehat{GBN} = \widehat{GSB}</math> (cùng chắn cung <math>BN</math>).</p> <p><math>\Rightarrow \triangle GBN \sim \triangle GSB (g - g) \Rightarrow \frac{NB}{SB} = \frac{GN}{GB} (*)</math></p> <p>Tương tự: <math>\triangle GCN \sim \triangle GSC</math> nên <math>\frac{NC}{SC} = \frac{GN}{GC} (**)</math></p> <p>Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có <math>GB = GC</math>.</p> <p>Suy ra: <math>\frac{NB}{SB} = \frac{NC}{SC}</math></p> <p>Lại có: <math>AB = SC; AC = SB</math></p>	0,25	1,0

	<p>Nên <math>\frac{NB}{AC} = \frac{NC}{AB} \Rightarrow \frac{NB}{NC} = \frac{SB}{SC}</math></p>		
	<p>Vì <math>AS // BC</math> nên hình thang <math>ASCB</math> nội tiếp đường tròn <math>(O)</math>, suy ra nó là hình thang cân.          Do đó <math>AB = SC</math> và <math>AC = SB</math>. Thay vào tỉ số trên, ta được: <math>\frac{NB}{NC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{NB}{AC} = \frac{NC}{AB}</math>.</p> <p>Gọi <math>M'</math> là giao điểm của <math>AN</math> và <math>BC</math>.</p> <p>Xét <math>\triangle NBM'</math> và <math>\triangle CAM'</math> có: <math>\widehat{NBM'} = \widehat{CAM'}</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>NC</math>); <math>\widehat{BM'N} = \widehat{AM'C}</math> (đối đỉnh).</p> <p>Suy ra: <math>\triangle NBM' \sim \triangle CAM'</math> (<math>g - g</math>) nên <math>\frac{NB}{AC} = \frac{BM'}{AM'}</math> (7)</p> <p>Xét <math>\triangle NCM'</math> và <math>\triangle BAM'</math> có: <math>\widehat{NCM'} = \widehat{BAM'}</math> (cùng chắn cung <math>NB</math>); <math>\widehat{CM'N} = \widehat{BM'A}</math> (đối đỉnh).</p> <p>Suy ra: <math>\triangle NCM' \sim \triangle BAM'</math> (<math>g - g</math>) nên <math>\frac{NC}{AB} = \frac{CM'}{AM'}</math> (8)</p> <p>Từ (7) và (8) suy ra <math>BM' = CM'</math> nên <math>M'</math> là trung điểm của <math>BC</math>, tức là <math>M \equiv M'</math></p> <p>Vậy <math>A, M, N</math> thẳng hàng</p>	<p>0,25</p>	

**Bài V. (0,5 điểm)**

Ông Cường cần xây dựng một bể chứa nước mưa với thể tích là  $36m^3$ . Bể chứa nước mưa có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là một hình chữ nhật với chiều rộng  $x(m)$  ( $x > 0$ ) và chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nắp bể nước được làm bằng inox là một hình vuông có độ dài cạnh là  $60cm$ . Giá thuê nhân công để xây mỗi mét vuông bể là  $400\,000$  đồng. Hãy xác định kích thước của bể chứa nước mưa cần xây để chi phí thuê nhân công xây bể là thấp nhất. Tính chi phí thấp nhất đó.



Mục c	Đáp án	Điểm thành phần	Tổng mục điểm
	<p><b>Chứng minh BĐT Cauchy cho 3 số không âm</b></p> <p>Với 3 số <math>a, b, c</math> không âm, chứng minh: <math>a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}</math></p> <p>Chứng minh:</p> <p>Đặt <math>a = m^3, b = n^3, c = p^3</math> (với <math>m, n, p \geq 0</math>). Ta cần chứng minh: <math>m^3 + n^3 + p^3 \geq 3mnp</math></p> <p>Ta có hiệu:</p> $m^3 + n^3 + p^3 - 3mnp = (m + n + p)(m^2 + n^2 + p^2 - mn - np - pm)$ $= (m + n + p) \cdot \frac{1}{2} [(m - n)^2 + (n - p)^2 + (p - m)^2]$ <p>Vì <math>m, n, p \geq 0</math> nên <math>m + n + p \geq 0</math></p>	0,25	0,5

<p>Đồng thời <math>(m-n)^2 + (n-p)^2 + (p-m)^2 \geq 0</math> với mọi <math>m, n, p</math>.</p> <p>Suy ra: <math>(m+n+p) \cdot \frac{1}{2} [(m-n)^2 + (n-p)^2 + (p-m)^2] \geq 0</math></p> <p>Do đó: <math>m^3 + n^3 + p^3 - 3mnp \geq 0 \Rightarrow m^3 + n^3 + p^3 \geq 3mnp</math> (*)</p> <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>m = n = p</math>, tức là <math>a = b = c</math></p> <p>Gọi chiều rộng của bể <math>x(m)</math> (<math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Chiều dài đáy của bể là <math>3x(m)</math></p> <p>Chiều cao của bể là <math>\frac{36}{x \cdot 3x} = \frac{12}{x^2} (m)</math></p> <p>Diện tích phần nắp bể làm bằng inox là <math>60 \cdot 60 = 3600 (cm^2) = 0,36 (m^2)</math></p> <p>Diện tích cần xây bể là:</p> $x \cdot 3x + 2(x + 3x) \cdot \frac{12}{x^2} + (x \cdot 3x - 0,36) = 6x^2 + \frac{96}{x} - 0,36$	
<p>Áp dụng bất đẳng thức (*) cho 3 số dương <math>6x^2; \frac{48}{x}; \frac{48}{x}</math> ta có:</p> $6x^2 + \frac{96}{x} = 6x^2 + \frac{48}{x} + \frac{48}{x} \geq 3\sqrt[3]{6x^2 \cdot \frac{48}{x} \cdot \frac{48}{x}} = 72$ $6x^2 + \frac{96}{x} - 0,36 \geq 72 - 0,36 \Rightarrow S \geq 71,64 (m^2)$ <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>6x^2 = \frac{48}{x} \Rightarrow x = 2</math> (thỏa mãn)</p> <p>Khi đó, chiều rộng là 2 m, chiều dài là 6 m và chiều cao là <math>\frac{12}{2^2} = 3</math> m.</p> <p>Chi phí thấp nhất xây bể là <math>71,64 \cdot 400\,000 = 28\,656\,000</math> (đồng)</p> <p>Vậy chi phí thuê nhân công xây bể để thấp nhất là 28656000 đồng khi bể rộng 2 mét, dài 6 mét và cao 3</p>	<p><b>0,25</b></p>

	mét.		
--	------	--	--

Nguồn:  [Hocmai.vn](http://Hocmai.vn)

**HOCMAI Top class**